

LES PROBLÈMES OUVERTS DU RALLYE 2024

Pour le problème ouvert 2024, comme l'an passé nous vous en proposons cinq!

L'an passé une épreuve de la finale reprenait un des problèmes ouverts.

Cette année ce sera aussi dans l'épreuve écrite du 12 mars que figureront des exercices liés aux problèmes ouverts ci-dessous.

Pourquoi ?

Parce que choisir un problème à résoudre est souvent une question de goût, d'attrance, d'attrait ou d'affinité pour une partie ou une autre des mathématiques. Pour certains, un défi géométrique sera le point de départ de longues réflexions, pour d'autres, manipuler des nombres et comprendre leurs propriétés est l'assurance d'un plaisir à venir... Alors, nous vous proposons un choix de problèmes !

Comment ?

Bien sûr, le but du jeu n'est pas de tous les traiter ! Ce que nous attendons des élèves pour cette épreuve de problème ouvert, c'est soit un « butinage » des problèmes pour émettre des conjectures, des idées, des réflexions, éventuellement trouver des résultats ; soit un approfondissement d'un seul problème, en regardant ses tenants et aboutissants, sa résolution, et éventuellement des prolongements.

Toutes les recherches seront prises en compte, toutes les attitudes devant ces problèmes seront considérées ; il n'y a pas de bonne ou de mauvaise façon d'aborder cette épreuve pourvu que vos élèves entrent à un moment donné dans une démarche mathématique.

L'évaluation

L'évaluation que nous ferons des propositions des élèves s'appuiera sur des critères portant sur :

- la présentation des recherches : elle pourra prendre des formes diverses : papier, vidéo, image(s), poster, vidéo, présentation numérique, ...
- l'originalité des réflexions, des questions posées au-delà du problème,
- la rigueur des raisonnements proposés,
- la précision des constructions et des représentations,

Pratiquement

Les dates de recherche du problème ouvert : du 19 janvier 2024 au 25 mars 2024.

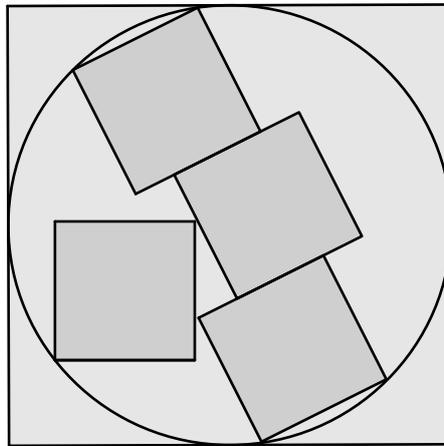
Toutes les propositions seront évaluées et les points obtenus seront pris en compte dans le décompte total des points de la classe pour le Rallye.

Elles sont à envoyer à : **pbouvertrmal@gmail.com**

Un prix spécial « Problème ouvert » sera accordé à la meilleure réponse lors de la cérémonie de la finale du Rallye 2024.

1 Amoncellement de carrés identiques

Le grand carré a un côté de longueur 1. Quelle est l'aire d'un petit carré ?

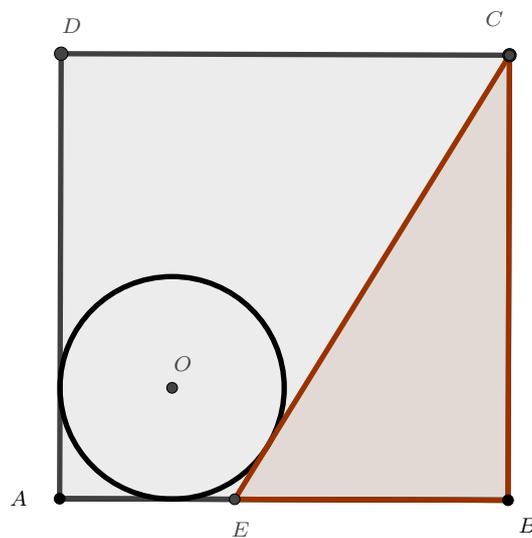


2 Pythagore...

Le carré $ABCD$ a un côté de longueur 4. Le cercle a un rayon de longueur 1.

La droite (CE) est tangente au cercle.

Quelle est l'aire du triangle BCE ?



3 Quel mélange !

On considère une liste de $2n$ nombres de 1 à n , chacun étant répété deux fois :

$$L = (1, 1, 2, 2, 3, 3, \dots, n, n)$$

Pour quelles valeurs de n est-il possible de réarranger cette liste de nombres de telle façon qu'entre deux nombres k il y ait exactement k nombres ?

4 Drôles de fractions

Une fraction continue est une expression de la forme :

$$F = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \frac{1}{e + \frac{1}{f + \dots}}}}}$$

avec a, b, c, d, e, f, \dots des nombres naturels. On note :

$$F = [a, b, c, d, e, f, \dots]$$

Par exemple :

$$[2, 3, 1, 4] = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}} = \dots \text{ Écrivez cette fraction sous sa forme simplifiée}$$

Que vaut $[0, 2, 3, 1, 4]$?

D'une façon générale, supposons $R = [a, b, c, d]$ où a, b, c, d sont des entiers naturels quelle est la fraction continue de $\frac{1}{R}$?

Donnez des exemples. Rédigez une preuve générale.

Quelle relation a-t-on entre $[a, b, a]$ et $[b, a, b]$? Et entre $[a, b, a, b]$ et $[b, a, b, a]$?

Pouvez-vous en trouver d'autres ?

5 Avec des impairs

Quels sont les entiers naturels qui sont la somme d'au moins deux nombres impairs consécutifs ?